

今日の要点 No. 5 「確率」

25 サイコロ問題の基本

(1) サイコロ2個

- ・ 和が偶数 \Leftrightarrow (偶、偶)か(奇、奇)のどちらかの組み合わせ
- ・ 積が偶数 \Leftrightarrow 「2回とも奇数」ではない

(2) サイコロ4個

- ・ 積が奇数 \Leftrightarrow 全て奇数
 - ・ 「4で割り切れない」
- …もし偶数が2回以上あったら4で割れる
- ① 2or6 と 奇数3回
 - ② 全て奇数

26 サイコロ問題の応用

(1)【考える問題】4回振るとき、出る目の和が3の倍数

注:「割り切れた」ということは、割った数の余りが0である。

4個のサイコロを3つだけ投げて、もうひとつは後から投げるとする。

「3つまでの和」を3で割った余りは0, 1, 2のいずれかである。それに、4つ目のさいころの目の値を加え、余りが3か6(つまり割り切れた)となればよい。

「3つまでの和」を3で割った余りである0, 1, 2に、4つ目のさいころの目1~6のうち、余りが3か6になるのは、それぞれ2通りずつ。よって…

(2)「全て1~5のいずれか」の場合から「全て1~4のいずれか」の場合を除けば、少なくとも5が1回登場するようになる。

27 【やや難しい】

(1) (2) 1度取り戻した球は戻さないなので、取り出すたびに確率の分母がひとつずつ変化することに注意。

(3) 必ずしも最後に赤玉を取らなくてよい。

28 反復試行

- ・2枚とも表になるのは、 $1/4$
- ・それ以外は、 $3/4$

<手順>

まず P_n を、 n を使って表す。(Cを使用してもよい)

次に、 0 を n を使って表す。

そうすれば、 n に $1\sim 10$ を代入したとき、

- ・ $(P_n/P_{n+1}) < 1$ のとき、 $P_n < P_{n+1}$
- ・ $(P_n/P_{n+1}) > 1$ のとき、 $P_n > P_{n+1}$

そのとき、 $P_{n-1} < P_n > P_{n+1}$ を満たす n が求める値。

29 【この問題は面倒な問題】 期待値

<手順>

まず、はずれをCとおく。

その場合、引く3本の種類の組み合わせを、Aが2本、Bが4本、Cが6本あることに意識しながら、記号A, B, Cを使って表す(9通り書き出す)。

それぞれの場合の数を求める。

(例){A, B, C}(この順序はどうでもよい)なら

$$\rightarrow {}_2C_1 \cdot {}_4C_1 \cdot {}_6C_1$$

同様なことを他の場合でも求め、それぞれに得点をかけたものの和を、全ての場合の数で割ればよい。

※ 期待値は、確率に得点をかけたものの和

30 期待値の頻出問題

(1) 最大値8

「全て1～8のいずれかから3つ」の場合から「全て1～7のいずれかから3つ」の場合を除けば、少なくとも8が1回登場するようになる。

(2)

- ・まず、 $X=k$ となる確率 $P(k)$ を求めよ($k \geq 3$)
- ・期待値は、 $P(k)k$ に $k=3 \sim 9$ を代入し続けてたものの和(合計)