高２数学ＴＳγ２

今日の要点　Ｎｏ．３

＜三角関数の復習＞

①　覚えるべき直角三角形の種類

（１）$2:1:\sqrt{3}$　このとき直角以外の角度は、３０°、６０°

（２）$1:1:\sqrt{2}$　このとき直角以外の角度は、４５°、４５°

→直角二等辺三角形

（３）３：４：５

（４）５：１２：１３

→ｃｏｓ，ｓｉｎ，ｔａｎの値が分からなくなったら、以上を使って単位円で書けば良い。（試験では３０°、４５°、６０°が分かっとけばよい。）

②　公式集（よく使うもの）

１．$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$　（☆）

２．$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$　（☆）

３．$1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$　（１．２から導ける）

４．$\sin(90° - x) = \cos x$　$\cos(90° - x) = \sin x$　（単位円を書いて導ける）

５．$\sin(90° + x) = \cos x$　$\cos(90° + x) = -\sin x$　（単位円を書いて導ける）

６．$\sin(180° - x) = \sin x$　$\cos(180° - x) = -\cos x$　（単位円を書いて導ける）

７．$\sin(180° + x) = -\sin x$　$\cos(180° + x) = -\cos x$

８．余弦定理（☆）（以下のどちらか覚えていれば何とかなる）

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$$

９．正弦定理（☆）　内接円の半径をＲとすると、

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

１０．加法定理（☆）

$$\begin{cases}\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\sin y\cos x\\ \cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y\\ \tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}\end{cases}$$

１１．２倍角、３倍角の公式（最悪、加法定理から導ける）

$$\sin 2x=2\sin x\cos x$$

$$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1$$

$$\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$$

$$\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$$

１２．半角の公式（最悪、２倍角の公式から導ける）

$$\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{2}$$

$$\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}$$

１３．積和の公式や和積の公式は、加法定理から導き出<u>すこと！！</u>
（暗記すべきでない）

１４．三角形の面積：$\Delta ABC=\dfrac{1}{2}bc\sin A$　（☆）

１５．内接円の半径をｒとすると、$\Delta ABC=\dfrac{1}{2}r(a+b+c)$（図で分かる）

１６．合成

$$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\left\{\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right\}$$

$$=\sqrt{a^2+b^2}(\cos\alpha\sin x+\sin\alpha\cos x)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha)$$

１７．一般角　$x=\alpha+360^\circ\times n$　$(n\in \mathrm{Z})$

$\boxed{13}$　三角比の値

（１）
２乗して $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ を使い、cos だけで表す。２通り出るが、角度の範囲に注意。

（２）
分母に文字の分数の多項式だから・・・・。$1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ を使う。

$\boxed{14}$　円に内接する四角形

※ まず、図を書く！

円に内接する四角形では、対角の合計が１８０°
余弦定理や $\cos(180° - x) = -\cos x$ を使う。
面積は２つの三角形で分けて、$\Delta ABC = \dfrac{1}{2} bc \sin A$。

$\boxed{15}$　（方程式の）形状変化

※ とにかく、正弦・余弦定理を使いまくる！
※ 計算間違いに注意！
※ この手の問題では、答えは、
　１．直角三角形（<u>三平方の定理</u>、$\cos\theta = 0$、$\sin\theta = 1$）
　２．二等辺三角形（例：a ＝ b ）
　３．１かつ２の直角二等辺三角形　　　　のいずれかに限られる。

$\boxed{１６}$　角の二等分線

※ やり方が分んないときは、値をとにかく文字で置いて、方程式を作る！！
※ まず、図を書く！

・内角の２等分線の公式　→　ＡＢ：ＡＣ＝ＢＤ：ＤＣ
・外角の２等分線の公式　→　ＡＢ：ＡＣ＝ＢＥ：ＥＣ

（１）余弦定理
（２）（角ＤＡＥ）＝９０°より、三平方の定理

$\boxed{１７}$　内接円・外接円の半径（簡単）

・図を書く
・正弦定理と$\Delta ABC = \dfrac{1}{2} r(a+b+c)$を使用

$\boxed{１８}$　内接球・外接球の半径（難問だが頻出の良問／国立向け）

・図を書く　→　点を命名
・どのような断面図を考えればよいか？
・球の半径をｒとすると、
　表面積：$S = 4\pi r^2$
　体積：$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$
・（３）が一番簡単
　相似比をｘ：ｙとすると
　面積比　x^2: y^2　／　体積比　x^3: y^3