今日の要点　Ｎｏ．１０「三角関数」

＜三角関数の基本的な性質＞【再出】

①　覚えるべき直角三角形の種類

（１）$2:1:\sqrt{3}$　このとき直角以外の角度は、３０°、６０°

（２）$1:1:\sqrt{2}$　このとき直角以外の角度は、４５°、４５°

→直角二等辺三角形

（３）３：４：５

（４）５：１２：１３

→ｃｏｓ，ｓｉｎ，ｔａｎの値が分からなくなったら、以上を使って単位円で書けば良い。（試験では３０°、４５°、６０°が分かっとけばよい。）

②　公式集（よく使うもの）

１．$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$　（☆）

２．$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$　（☆）

３．$1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$　（１．２から導ける）

４．$\sin(90° - x) = \cos x$　$\cos(90° - x) = \sin x$　（単位円を書いて導ける）

５．$\sin(90° + x) = \cos x$　$\cos(90° + x) = -\sin x$　（単位円を書いて導ける）

６．$\sin(180° - x) = \sin x$　$\cos(180° - x) = -\cos x$　（単位円を書いて導ける）

７．$\sin(180° + x) = -\sin x$　$\cos(180° + x) = -\cos x$

８．余弦定理（☆）（以下のどちらか覚えていれば何とかなる）

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \cos B = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$$

９．正弦定理（☆）　内接円の半径をＲとすると、

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

１０．加法定理（☆）

$$\begin{cases}\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\sin y\cos x\\ \cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y\\ \tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}\end{cases}$$

１１．２倍角、３倍角の公式（最悪、加法定理から導ける）

$$\sin 2x=2\sin x\cos x$$

$$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1$$

$$\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$$

$$\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$$

１２．半角の公式（最悪、２倍角の公式から導ける）

$$\sin^2\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{2}$$

$$\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}$$

１３．積和の公式や和積の公式は、加法定理から導き出<u>すこと！！</u>
（暗記すべきでない）

１４．三角形の面積：$\Delta ABC=\dfrac{1}{2}bc\sin A$　（☆）

１５．内接円の半径をｒとすると、$\Delta ABC=\dfrac{1}{2}r(a+b+c)$（図で分かる）

１６．合成

$$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\left\{\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right\}$$

$$=\sqrt{a^2+b^2}(\cos\alpha\sin x+\sin\alpha\cos x)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha)$$

１７．一般角　$x=\alpha+360^\circ\times n\quad(n\in \mathrm{Z})$

$\boxed{55}$　三角方程式・不等式

（１） $\dfrac{1}{\cos\theta}-\tan\theta=\dfrac{2}{3}\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{1}{\cos\theta}-\tan\theta=\frac{1}{\cos\theta}-\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{2}{3}$$

両辺を２乗して、$\sin\theta$のみで表してみる。

※５：１２：１３の直角三角形を利用。

（２） $\cos\theta$のみで表す。

$\boxed{57}$　合成

（イ）次を参考にせよ。

$$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\left\{\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right\}$$

$$=\sqrt{a^2+b^2}(\cos\alpha\sin x+\sin\alpha\cos x)=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha)$$

（$\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\cos\alpha,\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sin\alpha$ とする。）

・最小値に注意

（ロ）

まず２倍角の公式を適用。
$\sin 2x=2\sin x\cos x$
$\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x$

そして、合成を行う。

$\boxed{５８}$　合成（佐賀大）

（１）$x=\sin\theta+\cos\theta$ に対して、合成を行う。

（２）（１）の結果を利用する。最大値に注意。

（３）$x=\sin\theta+\cos\theta$ の両辺を２乗し、さらに２倍角の公式を適用。

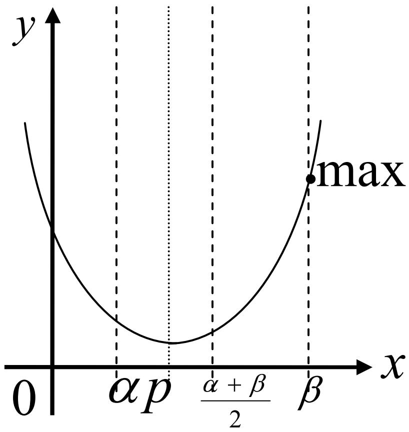
（４）軸 : $x=a$ の値によって場合分け、その際、以下のｃｆを参考にすること。

ｃｆ：

（例）$f(x)=a(x-p)^2+q \quad (\alpha\le x\le\beta)$

＜最大値＞

①　$p<\dfrac{\alpha+\beta}{2}$ のとき



②　$p\ge\dfrac{\alpha+\beta}{2}$ のとき