

市田ゼミ 2008 数学サブゼミの練習問題②

作成者：河野 愛一郎

第1回目から第4回目のサブゼミの内容を踏まえて、以下の問題を解いてみて下さい。

注意

- 1 登場する文字は、特に断りがない限り、全て実数であるとする。
- 2 特に断りがない限り、 x, y を変数、 a, b, c, d, p, q を定数として扱う。
- 3 解く際、途中計算式及び解法の説明も残しておきましょう。

問題1 次を微分せよ。

- $y = \log_a x$
- $y = a^x$
- $y = \log_{\frac{1}{a}} x$
- $y = \log_{10} 2x$
- $y = \ln 2x$
- $y = \ln(1-3x)$
- $y = e^{2x}$
- $y = 3^{-x}$

問題2 $\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \ln a}$ と $\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a$ を自分で証明してみなさい。

問題3 逆関数の性質を利用して、 $\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \ln a}$ から $\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a$ を導きなさい。

問題4 コブラグラス型の効用関数 $U = x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{2}{3}}$ に自然対数を取って、効用の増加率と財の増加率の関係を示しなさい。

問題5 需要関数 $Q = \frac{2}{P}$ において, 需要の価格弾力性を自然対数を使って求めなさい。

問題6 Y を生産量, A を技術水準, K を資本ストック, L を労働投入量とする。生産関数が $Y = AK^{0.3}L^{0.7}$ で表されている。このとき, 産出量, 資本, 労働の成長率がそれぞれ 3%, 2%, 1% のとき, 技術進歩率を求めなさい。