

2007年度 秋学期 数理ファイナンス
第4回 レポート

状態証券価格と裁定機会

早稲田大学 商学部
商業・貿易・金融コース 4年

平成19年11月10日

河野愛一郎
(1F040402-8)

目次

0. 概要

問1 状態証券価格

$$(S_0, B_0) = (5, 5)$$

$$S_1 = \begin{pmatrix} S_H \\ S_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} B_H \\ B_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

状態証券価格を、 $Z_0 = (z_H, z_L)$ とする。 $(z_H, z_L) = 5(s_H, s_L) + 5(b_H, b_L)$

$$\begin{cases} s_H \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} + b_H \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots \textcircled{1} \\ s_L \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix} + b_L \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{より、} (s_H, b_H) = \left(\frac{1}{5}, -\frac{1}{10} \right)$$

$$\textcircled{2} \text{より、} (s_L, b_L) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{4}{15} \right)$$

$$\underline{(z_H, z_L) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right)}$$

問 2

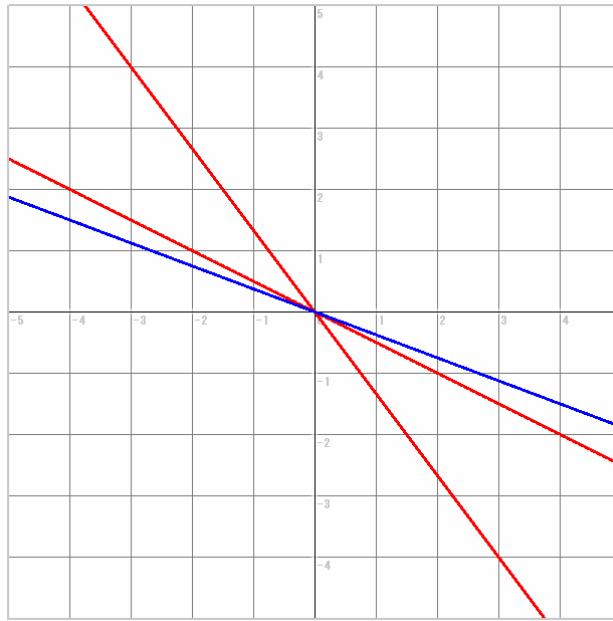
裁定機会の組み合わせ 株式、債券をそれぞれ x, y (枚) で構成されるポートフォリオを考える。

以下の3つの不等式のうちの不等号の1つが、开区間でなくてはならない。

$$\begin{cases} S_H x + B_H y \geq 0 \\ S_L x + B_L y \geq 0 \\ (-S_0)x + (-B_0)y \geq 0 \end{cases}$$

$\begin{pmatrix} S_H \\ S_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} B_H \\ B_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ 及び、 $(S_0, B_0) = (3, 8)$ を代入すると、

$$\begin{cases} 8x + 6y \geq 0 \\ 3x + 6y \geq 0 \\ -3x - 8y \geq 0 \end{cases}$$



$x = 4$ のとき、 $-2 < y < -\frac{3}{2}$ であれば、確実に領域に含まれる。

よって、例えば、 $(x, y) = \left(4, -\frac{7}{4}\right)$

問3 状態証券価格

$$(A_0, B_0, C_0) = (5, 5, 3)$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}, C_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$$

状態証券価格を、 $Z_0 = (z_H, z_M, z_L)$ とする。

$$(z_H, z_M, z_L) = 5(a_H, a_M, a_L) + 5(b_H, b_M, b_L) + 3(c_H, c_M, c_L)$$

$$\begin{cases} a_H \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + b_H \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + c_H \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots \textcircled{1} \\ a_H \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + b_H \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + c_H \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \dots \textcircled{2} \\ a_H \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + b_H \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + c_H \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{より、} (a_H, b_H, c_H) = \left(\frac{19}{162}, -\frac{1}{162}, -\frac{5}{81} \right)$$

$$\textcircled{2} \text{より、} (a_M, b_M, c_M) = \left(\frac{13}{162}, -\frac{11}{81}, \frac{23}{162} \right)$$

$$\textcircled{3} \text{より、} (a_L, b_L, c_L) = \left(-\frac{31}{162}, \frac{20}{81}, -\frac{5}{162} \right)$$

$$\underline{(z_H, z_M, z_L) = \left(\frac{20}{27}, \frac{4}{27}, \frac{5}{27} \right)}$$

(つぎのページへ)

問4

$$\text{Solve}[10 * a + 8 * b + 2 * c == 5 * a + 5 * b + 9 * c ==$$

$$3 * a + 7 * b + 5 * c, \{a, b, c\}]$$

$$\left\{ \left\{ a \rightarrow \frac{c}{8}, b \rightarrow \frac{17c}{8} \right\} \right\}$$

$$\left\{ \left\{ a \rightarrow \frac{c}{8}, b \rightarrow \frac{17c}{8} \right\} \right\}$$

$$10 * \left(\frac{c}{8} \right) + 8 * \left(\frac{17c}{8} \right) + 2 * c$$

$$\left\{ \left\{ a \rightarrow \frac{c}{8}, b \rightarrow \frac{17c}{8} \right\} \right\}$$

$$\frac{81c}{4}$$

$$\frac{81c}{4}$$

$$5 * \left(\frac{c}{8} \right) + 5 * \left(\frac{17c}{8} \right) + 3 * c$$

$$\frac{81c}{4}$$

$$\frac{57c}{4}$$

$$\left(\left(\frac{81c}{4} \right) / \left(\frac{57c}{4} \right) \right) - 1 // \mathbf{N}$$

0.421053

よって、収益率は約 42.1053%

問6

裁定機会の組み合わせ 株式A、株式B、株式Cをそれぞれ x, y, z (枚) で構成されるポートフォリオを考える。

以下の4つの不等式のうちの不等号の1つが、开区間でなくてはならない。

$$\begin{cases} A_H x + B_H y + C_H z \geq 0 \\ A_M x + B_M y + C_M z \geq 0 \\ A_L x + B_L y + C_L z \geq 0 \\ (-A_0)x + (-B_0)y + (-C_0)z \geq 0 \end{cases}$$

$(A_0, B_0, C_0) = (5, 3, 5)$ 及び、 $A_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$, $C_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$ を代入すると、

$$\begin{cases} 10x + 8y + 2z \geq 0 \\ 5x + 5y + 9z \geq 0 \\ 3x + 7y + 5z \geq 0 \\ (-5)x + (-3)y + (-5)z \geq 0 \end{cases}$$

x	y	z	1	2	3	4
-0.51948	0.812649	-0.01042	1.285497	1.372004	4.077967	0.211597
-0.56439	0.866688	-0.02188	1.245831	1.314535	4.264225	0.331306
-0.244	0.412388	-0.02055	0.818027	0.656979	2.051961	0.085586

(1 ~ 4は不等式の順番)

よって、例えば、 $(x, y, z) = (-0.51948, 0.812649, -0.01042)$