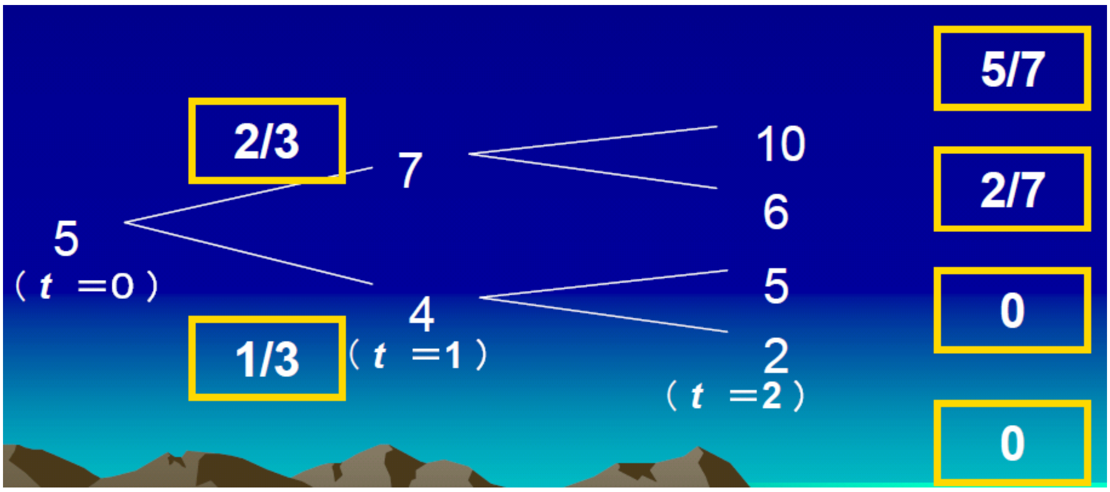
２００７年度　秋学期　数理ファイナンス　第５回　レポート

主観確率の非論理性

早稲田大学　商学部　商業・貿易・金融コース　４年
河野愛一朗（1F040402-8）
平成１９年１２月３日

（１）　Chekov 氏の主観的確率の非論理性

以下のFigure1はChekov氏が時期$t=0$において予想する株価の推移確率である。数字のうち、白字が単なる株価：$S=s_t\ (t=0,1,2)$、黄色で囲まれたものが、この予想された確率：$P(X)$（Xは事象）である。



(Figure 1)

そこで、この確率を考察しよう。例えば、$s_1=7$ **になれば、**$s_2=10, s_2=6$ **のいずれしかなりなりえない。**よって、本来は、条件付確率の性質より、

$P(s_2=10)=P(s_2=10\mid s_1=7)P(s_1=7)$ かつ

$P(s_2=6)=P(s_2=6\mid s_1=7)P(s_1=7)$　より、

$$P(s_2=10)+P(s_2=6)=P(s_2=10\,|\,s_1=7)P(s_1=7)+P(s_2=6\,|\,s_1=7)P(s_1=7)$$

$$=\{P(s_2=10\,|\,s_1=7)+P(s_2=6\,|\,s_1=7)\}P(s_1=7)$$

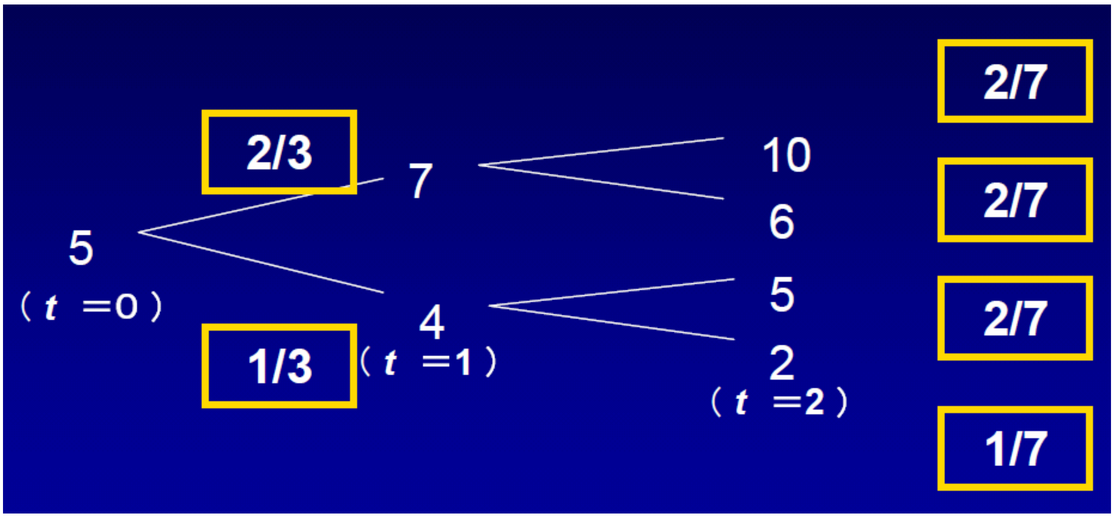
$$=(1)P(s_1=7)=P(s_1=7)$$ となり、

$\underline{P(s_2=10)+P(s_2=6)=P(s_1=7)}$ となるはずである。　…（＊）

しかし、Chekov 氏による確率では、$P(s_2=10)+P(s_2=6)=\frac{5}{7}+\frac{2}{7}=1$、$P(s_1=7)=\frac{2}{3}$　となり、この等式が成立しない。$s_1=4$ の場合を考えても、$P(s_2=5)+P(s_2=2)=0$、$P(s_1=4)=\frac{1}{3}$ により、同様である。よって、確率に関する基本的な性質を満たしていないので、その意味で Chekov 氏の主観確率は非論理的といえる。この結論は、McCoy 氏が、リスク中立型などの選好の種類に関係なく、成立する。

（２）　McCoy 氏の主観的確率の非論理性

以下の Figure1 は McCoy 氏が時期 $t=0$ において予想する株価の推移確率である。文字の定義などは、Chekov 氏の場合と同様である。



(Figure 2)

そこで、Chekov 氏の場合と同様な考え方で、McCoy 氏の非論理性を追及できる。例えば、株価の予想経路は Chekov 氏の場合と全く同じ（違うのは確率のみ）

なので、（１）の（＊）と同じく、

$P(s_2=10)+P(s_2=6)=P(s_1=7)$ が成立していなくてはならない。

しかし、McCoy 氏による確率では、$P(s_2=10)+P(s_2=6)=\frac{2}{7}+\frac{2}{7}=\frac{4}{7}$、$P(s_1=7)=\frac{2}{3}$　となり、この等式が成立しない。$s_1=4$ の場合を考えても、$P(s_2=5)+P(s_2=2)=\frac{3}{7}$、$P(s_1=4)=\frac{1}{3}$ により、同様である。よって、確率に関する基本的な性質を満たしていないので、その意味で McCoy 氏の主観確率も非論理的といえる。この結論は、McCoy 氏が、リスク中立型などの選好の種類に関係なく、成立する。