

# 数学基礎学力確認試験

## 練習問題集

### (数学ⅠA・ⅡB)

平成18年 12月 作成

#### 注 意 事 項

- 1 本試験で登場する文字は、特に断りがない限り、全て実数であるとする。
- 2 特に断りがない限り、 $x, y$ を変数、 $a, b, c, d, p, q$ を定数として扱う。
- 3 試験時間は90分です。時間にゆとりがないのですが、前から順に、急いで解いて下さい。

分からない問題があれば飛ばし、できるだけ先に進むこと。

- 4 不明点があれば、黙って手を上げて監督官に知らせなさい。
- 5 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。また、定規を使用しても構いません。
- 6 解答は別紙にて行いなさい。記入箇所を誤った解答は、その解答に限り無効とします。また、解答箇所に問題に関係のない文字、記号、符号などは記入してはいけません。
- 7 指定欄に氏名を記入しなさい。
- 8 途中計算式及び解法の説明も解答に含めるものとする。（採点の対象となります。）

## 1 高校数学・数 I (旧課程)

### 【2次関数】

- $y = f(x)$ とはどのようなことを表しているのか、論じなさい。
- $x y$ 座標平面において、 $y = f(x)$ を、 $x$ 軸方向に $a$ 、 $y$ 軸方向に $b$ 移動せよ。
- $y = ax^2 + bx + c (1 \leq x \leq 4)$ について、以下の問題に答えよ。
  - $x y$ 座標平面において、 $(1, -3)$ 、 $(2, -3)$ 、 $(3, 1)$ を通るとき、 $a, b, c$ を求めよ。
  - ①のとき、頂点の座標と軸の方程式を求めよ。
  - ①のとき、最大値と最小値を求めよ。
  - ①のとき、 $x$ 軸と $y = ax^2 + bx + c$ の交点を求めよ。
  - ①や②で求めた値を用いて、 $y = ax^2 + bx + c (1 \leq x \leq 4)$ を図示せよ。
- $y = |x - 3|$ のグラフを描け。
- 2次方程式 $y = ax^2 + bx + c$ の実数解の個数について、判別式を用いて説明せよ。
- 2次不等式 $x^2 + x - 6 < 0$ を解け。
- 連立2次不等式  $x^2 > 1 + x$ かつ  $x \leq 15 - 6x^2$  を解け。

### 【三角関数】

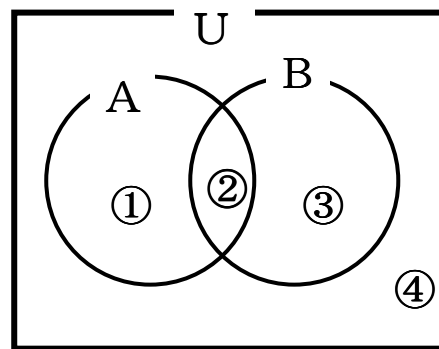
- $\angle B = 90^\circ$ である $\triangle ABC$ を用い、 $\cos$ 、 $\sin$ 、 $\tan$ とは何か説明しなさい。
- $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ を求めなさい。
- $\cos(90^\circ - \theta)$ を $\sin \theta$ で表せ。
- $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ のときの、 $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の値をそれぞれ答えなさい。
- $y = ax + b$ と $x$ 軸の成す角が $\theta$ だったとき、 $\tan \theta$ を表しなさい。
- $\sin \theta > \frac{1}{2}$  ( $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ) が成立するとき、 $\theta$ の範囲を求めよ。

### 【論証】

- $A \subset B$ とは何を意味するか、論じなさい。
- $x \in B$ とは何を意味するか、論じなさい。(Bには特に意味はない。)
- $A \cap B$ とは何を意味するか、論じなさい。
- $A \cup B$ とは何を意味するか、論じなさい。

18.  $\bar{A}$ とは何を意味するか、論じなさい。

19. 右のベン図について以下をA, Bを用いて表せ。



(1) ①の領域 (2) ②の領域

(3) ④の領域 (4) ①かつ②かつ③の領域

【場合の数・確率】

20.  $4!$  を計算しなさい。

21.  ${}^6P_3$  を計算しなさい。

22.  ${}^6C_3$  を計算しなさい。

23.  ${}_{100}C_3 = {}_{100}C_n$ が成立するとき、3ではない自然数nを求めよ。

24. 4つの数字1, 2, 3, 4のうち3つ取り出して出来る3桁の整数は何個あるか求めなさい。

25. 市田君、河野君、鈴木さん、我妻さん、大城さんが井の頭公園に行きました。池に2人乗りのアヒルスワンと3人乗りのバナナボートがあります。乗り方は全部で何通りか、求めなさい。

26. 中村君が河野君に挑戦し、モノポリを何回か行います。1回のモノポリで河野君が中村君に勝つ確率は $\frac{3}{4}$ です。先に2回を勝ったほうが優勝とします。中村君が優勝する確率を求めなさい。

27. 河野君が鈴木物産の株を買うかどうか悩んでいます。この株が上がれば50万円を獲得し、下がれば逆に30万円失います。それぞれの確率を $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ とすると、獲得するお金の期待値を求めなさい。

28. 市田君、河野君、鈴木さん、我妻さん、大城さんが円卓の回りに座ります。鈴木さんと我妻さんが隣同士に座る確率はいくらか、求めなさい。

2 高校数学・数A (旧課程)

【数と式】

1.  $a^3 - b^3$  を因数分解せよ。
2.  $(2a + \frac{1}{a})^3$  を展開せよ。
3.  $(a + b + c)^2$  を展開せよ。
4.  $ax^2 + bx + c = 0$  の解は  $x = \alpha, \beta$  である。  $ax^2 + bx + c$  を因数分解せよ。
5. 不等式  $2x + |x + 1| + |x - 1| < 6$  を解け。
6.  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$  の分母を有理化し、また、この小数部分を求めなさい。
7.  $\sqrt{(a+b) + 2\sqrt{ab}}$  を簡単にせよ。 ( $a, b$  は正である。)
8.  $0.7777777\cdots$  ( $0.\dot{7}$ ) を分数で表せ。
9.  $3x^2 - 2x - 1 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$  が  $x$  において、恒等的に成立する。  $a, b, c$  を求めよ。
10. 次の(1), (2)のどちらかを選択して答えなさい。
  - (1) 変数  $x, y$  と定数  $a, b$  を用いて、シュワルツの不等式を書きなさい。
  - (2)  $a^2 + b^2 \geq ab$  を証明せよ。(但し、 $a, b$  は正の実数)
11.  $a + \frac{1}{a}$  が 2 以上となること証明しなさい。 ( $a$  は正である。)
12.  $a + b\sqrt{l} = c + d\sqrt{l}$  ( $\sqrt{l}$  を無理数、 $a, b, c, d$  を有理数とする) が成立するとき、どんなことが言えるか、述べなさい。

【論証】

13. 「AならばBである」という状況をA, Bと、とある記号を用いて示しなさい。
14. 命題  $A \Rightarrow B$  に対し、 $B \Rightarrow A$ ,  $\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$ ,  $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$  をそれぞれ何と呼ぶか答えなさい。
15. 以下の  に「必要」「十分」「必要十分」のいずれかを入れなさい。

①  $xy = 0$  であることは  $x = 0$  であるための  条件

②  $a^2 + b^2 = 0$  であることは  $a = b = 0$  であるための  条件

【数列】

16. 次の数列について以下の各問に答えなさい。

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, . . . . .

- ① この数列の第  $n$  項を求めなさい。
- ② この数列の第 1 項から第  $n$  項までの合計を求めなさい。

17. 次の数列の第 1 項から第  $n$  項までの合計を求めなさい。

2, 6, 18, 54, 108, . . . . .

18.  $\sum_{k=1}^n a_k$  の意味を述べよ。

19.  $\sum_{k=1}^n k$ ,  $\sum_{k=1}^n k^2$ ,  $\sum_{k=1}^n k^3$  をそれぞれ  $n$  の式で表せ。

20.  $\sum_{k=1}^5 (3k^2 - 6k + 3)$  の値を求めよ。

21.  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$  を  $n$  の式で表せ。

22.  $\sum_{k=1}^n (\sum_{i=1}^k 2)$  を  $n$  の式で表せ。

23. 数列  $\{a_n\}$  が、 $a_1 = 3$ ,  $a_{n+1} = 3a_n - 4$  で定義されるとき、一般項  $a_n$  を求めよ。

24. 数列  $\{a_n\}$  が、 $a_1 = 2$ ,  $a_2 = 3$ ,  $3a_{n+2} - 8a_{n+1} + 5a_n = 0$  で定義されるとき、一般項  $a_n$  を求めよ。

25. 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  が、 $a_1 = 1$ ,  $b_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 2a_n + b_n$ ,  $b_{n+1} = 3a_n + 4b_n$  で定義される。一般項を求めよ。

26.  $n$  が自然数のとき、等式  $\sum_{k=1}^n 2^{k-1} = 2^n - 1$  を数学的帰納法で証明せよ。

27.  $(2x + \frac{3}{x})^{10}$  の  $x^6$  の係数を求めよ。

28. 一般項  $a_n$  の総和  $S_n$  とする。  $a_n$  を  $S$  使って表せ。

### 3 高校数学・数Ⅱ (旧課程)

#### 【平面図形と式】

1. 座標平面において、点A ( 2 , 3 ), 点B ( 5 , -4 )が存在する。長さABを求めよ。
2. 座標平面において、点A ( -1 , 1 ), 点B ( 5 , 4 )に対し、線分ABを1 : 2に内分する点Pと外分する点Qを求めよ。
3. 座標平面において、( 2 , 1 )と直線 $3x - 4y + 3 = 0$ の距離を求めよ。
4.  $xy$ 座標平面において、中心を( 2 , -1 ), 半径4とする円の方程式を求め、そのグラフを描きなさい。
5. 直線 $y = x + k$ が円 $x^2 + y^2 = 4$ に接している。定数 $k$ の値を求めよ。
6.  $xy$ 座標平面において、円 $x^2 + y^2 = r^2$ の点 $(a, b)$ における接線の方程式を示せ。
7.  $xy$ 座標平面において、A( 2 , 3 ), B( 5 , -4 )に対し、 $AP^2 + BP^2 = 50$ を満たすPの軌跡を求めよ。
8. 領域 $y \leq -\frac{1}{2}x + 8, y \leq -3x + 18, x \geq 0, y \geq 0$ を図示し、 $x + y$ の最大値を求めよ。
9.  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 < 0$ の示す領域を図示せよ。

#### 【三角関数】

10.  $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ の一般角 $\theta$ を求めよ。
11.  $xy$ 座標平面において、 $y = \cos x$ と $y = \tan x$ のグラフを描き、 $\cos \theta$ と $\tan \theta$ のそれぞれの周期を答えなさい。
12.  $0^\circ \leq \theta \leq 240^\circ$ のとき、関数 $y = \cos^2 \theta + 2 \sin \theta$ の最大値及び最小値を求めよ。
13.  $\sin 2\theta, \cos 2\theta$ に加法定理を用いて、 $\sin \theta$ と $\cos \theta$ で表しなさい。
14. 13.の結果に基づいて、 $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ を $\cos \theta$ で表しなさい。
15.  $\sin A + \sin B$ を、 $\cos$ と $\sin$ の積で表しなさい。
16.  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $y = \sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ の最大値と最小値を求めよ。

#### 【指数対数】

17.  $5^0$ と $5^{-3}$ と $5^{\frac{2}{3}}$ を求めなさい。

18.  $\sqrt[3]{(\sqrt{4}\sqrt[4]{8})^2}$  を計算せよ。

19.  $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$  と  $y = \log_2 x$  のグラフを描け。

20. 方程式  $2^{2x} - 2^{x+1} = 8$  を解け。

21.  $\log_a PQ, \log_a \frac{P}{Q}, \log_a P'$  を、 $\log_a P$  と  $\log_a Q$  で表せ。

22.  $\log_a P, \log_a b$  を底を  $b$  をする対数で表せ。

### 【微分・積分】

23.  $\lim_{x \rightarrow 1} (x+1)$  を求めよ。

24. 関数  $f(x)$  における導関数  $f'(a)$  を  $\lim$  を用いて定義しなさい。

25. 記号  $\Delta x$  が示す意味を答えなさい。

26.  $y = 2ax^3 - bx^2 + 2c$  を  $x$  に関して微分せよ。

27.  $y = x^2 - x + 2$  の  $(-1, 4)$  における接線を求めよ。

28.  $y = -x^3 + 3x^2$  ( $-1 \leq x < 4$ ) の増減表とグラフを描き、最大値と最小値を求めなさい。

29.  $\int_{-1}^1 (3x^2 + 1) dx$  を計算しなさい。

30.  $\int_1^1 (x+2)^{100} dx$  の値を求めよ。

31. 関数  $y = \int_0^x t(t+2) dt$  に対し、 $\frac{dy}{dx}$  を求めよ。

32.  $y = 2x^2 - 4x + 3$  と  $y = 2x + 2$  で囲まれる面積  $S$  を求めよ。

#### 4 高校数学・数B (旧課程)

##### 【ベクトル】

1. ベクトルと一般の数との違いを説明しなさい。
2. 平行四辺形  $OABC$  が存在する。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とするとき、 $\overrightarrow{OB}$  を  $\vec{a}$  と  $\vec{c}$  を用いて表しなさい。
3. 平行四辺形  $ABCD$  が存在する。位置ベクトルを  $A(\vec{a})$ ,  $B(\vec{b})$ ,  $C(\vec{c})$ ,  $D(\vec{d})$  とするとき、 $\vec{d}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表しなさい。
4. 位置ベクトルを  $A(\vec{a})$ ,  $B(\vec{b})$  とするとき、線分  $AB$  の中点と  $2:1$  に内分する点を、 $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  を用いて表しなさい。
5. 位置ベクトルを  $A(\vec{a})$ ,  $B(\vec{b})$  とし、直線  $AB$  上に点  $C(\vec{c})$  があるとする。パラメーター  $t$  を用いて、 $\vec{c}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  で表しなさい。
6. 座標平面において、 $A(1,2)$ ,  $B(-1,5)$  のとき、 $\overrightarrow{BA}$  を成分で表しなさい。
7.  $\vec{a} = (2,-3)$ ,  $\vec{b} = (-1,2)$  であるとき、ベクトル  $2\vec{b} - \vec{a}$  を成分で表し、その大きさも求めなさい。
8. 座標平面において、 $\vec{a} = (2,-3)$ ,  $\vec{b} = (-1,2)$  であるとき、 $2\vec{b} \cdot \vec{a}$  を求め、線分  $OA$  と  $OB$  がなす角度を  $\theta$  としたときの、 $\cos \theta$  を求めなさい。
9.  $\triangle OAC$  が存在する。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とし、線分  $OA$  と  $OC$  がなす角度を  $\theta$  としたときの  $\triangle OAC$  の面積を求めよ。
10. 直方体  $OABCD-EFGH$  が存在する。位置ベクトル  $A(\vec{a})$ ,  $C(\vec{c})$ ,  $D(\vec{d})$  を設定するとき、 $\overrightarrow{OF}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  で表しなさい。

##### 【複素数】

11. 虚数単位  $i$  とはどのようなものか、説明しなさい。
12.  $(2i+3-i)^2$  を計算せよ。
13. 2次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  が実数解を持つか虚数解をもつか、判別式を用いて説明せよ。また、 $x^2 + x + 1 = 0$  を解け。



14. 2次方程式  $y = ax^2 + bx + c$  の解を  $x = \alpha, \beta$  とする。解と係数の関係を示しなさい。
15. 複素数  $x = a + bi$  に対して、共益複素数  $\bar{x}$  について説明せよ。
16. 方程式  $x^4 = 1$  を解け。
17. 整式  $P(x)$  を  $x - 2$  で割ると 1 余り、 $x - 3$  で割ると 2 余る。では、 $x^2 - 5x + 6$  で割ると余りはいくらかになるか求めなさい。
18. 純虚数とは何か、説明しなさい。
19. 複素数平面上において、 $1, 2 - 4i, -4 + 8i, 2i$  の場所を示しなさい。
20. 複素数平面上において、 $x = 3 - i, y = 1 + 2i$  とするとき、 $x + y, x - y$  の場所を示しなさい。また、 $|x - y|$  の値を求めなさい。
21. 偏角  $\arg$  の意味を説明しなさい。
22.  $z = 1 + \sqrt{3}i$  を極形式で表せ。 $-z, \bar{z}$  も極形式で表せ。
23.  $\alpha = 1 + \sqrt{3}i$  に対し、 $\beta = -1 + i$  を定める。 $\alpha\beta, \frac{\beta}{\alpha}$  をそれぞれ、極形式で表し、図示せよ。
24.  $(1 + \sqrt{3}i)^{12}$  の値を求めよ。
25. 方程式  $z^2 = 1 + \sqrt{3}i$  を解け。
26.  $\alpha = 1 + \sqrt{3}i, \beta = -1 + i$  に対し、2点  $A(\alpha), B(\beta)$  を結ぶ線分を 1 : 2 に内分する点を表す複素数を求めよ。

#### 【確率分布】

27. 事象 A が起こったときに事象 B が起こる確率を条件付確率というが、これを記号で表しなさい。
28. ある製品を製造する 2 つの工場 A, B があり、A 工場・B 工場の製品にそれぞれ 2 %, 3 % の不良品が含まれています。A 工場と B 工場の製品を、5 : 3 の割合で混ぜた大量の製品の中から 1 個取り出すと、不良品でした。それが A 工場の製品である確率を求めなさい。
29. 1 個のサイコロを 5 回連続で投げたときに、1 の目が 3 回連続で出た確率を求めなさい。
30. 正四面体  $A_1A_2A_3A_4$  が存在する。ある頂点にいる動点 X は、同じ頂点にとどまることなく、1 秒ごとに他の 3 つの頂点に同じ確率で移動する。X が  $A_i$  に  $n$  秒目に存在する確率を  $P_i(n)$  ( $n$  は自然数) と表す。 $P_1(0) = \frac{1}{4}, P_2(0) = \frac{1}{2}, P_3(0) = \frac{1}{8}, P_4(0) = \frac{1}{8}$  とするとき、 $P_1(n), P_2(n)$  を求めよ。
31. サイコロを 2 回投げて、出る目の差の絶対値を X とする。X の分布の分散と標準偏差を求めよ。