市田ゼミ／2007年7月12日（土）

Ex.5.8とEx.5.9についての考察

河野　愛一朗

（１）一般の解法

Ex.5.8　Compensating VariationとEquivalent Variationを求める。

＜Assumption＞

・$U=2\sqrt{x}+y$ (Quasi-linear indifference curveのUtility function)[1]…①

・$P_x x+y=10$ (Budget line, $P_y=1$, $I=10$) …②

・P_xが0.5から0.2に下落。

＜Answer＞

Quasi-linear curveなので、後述するようにもっと楽な方法があるが、まずはEx.5.9と同じ方法で求める。

最適消費が実現するのは、Budget lineとindifference curveが接する点

indifference curveの傾きはＭＲＳ：$\dfrac{MU_x}{MU_y}$

Budget lineの傾きは価格比率：$\dfrac{P_x}{P_y}$

よって、$\dfrac{MU_x}{MU_y}=\dfrac{P_x}{P_y}$　…③

ＭＵを求める。$U=2\sqrt{x}+y=2x^{\frac{1}{2}}+y$

$MU_x=x^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$　$MU_y=1$　∴　$MRS=\dfrac{MU_x}{MU_y}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$　③より$\dfrac{1}{\sqrt{x}}=\dfrac{P_x}{P_y}$　…④

1 例えば、x・yの２財消費者モデルにおいて、xの需要量を一定に保ったときに、どのようなyの需要量の水準においても、ＭＲＳが一定であるようなindiffrence curveのこと。

○Compensating Variationは、
　点Ａに必要な所得と点Ｂに必要な所得の差。点Ａと点Ｂは同じ indifference curve 上にある。

・点Ａの所得は 10　点Ａの座標を求めると、
　$(P_x, P_y) = (0.5, 1)$ より　$\dfrac{P_x}{P_y} = \dfrac{1}{2}$　…⑤　Budget line は $\dfrac{1}{2}x + y = 10$　…⑥
　⑤を④に代入して[2]、$\dfrac{1}{\sqrt{x}} = \dfrac{1}{2}$　ゆえに $x = 4$
　これを⑥に代入して、$y = 8$　　∴　点Ａの座標は $(x, y) = (4, 8)$
　$U = 2\sqrt{x} + y$ にこれを代入すると、$U = 12$

　∴　indifference curve は $2\sqrt{x} + y = 12$　…⑦

・そこで、点Ｂの所得（I_B とする）を求める。点Ｂの座標を求めると、
　新しい価格は $(P_x, P_y) = (0.2, 1)$ より、
　$\dfrac{P_x}{P_y} = \dfrac{1}{5}$　…⑧　　Budget line は $\dfrac{1}{5}x + y = I_B$ …⑨
　⑧を④に代入して、$\dfrac{1}{\sqrt{x}} = \dfrac{1}{5}$　ゆえに $x = 25$　これを⑦に代入して、$y = 2$
　∴　点Ｂの座標は $(x, y) = (25, 2)$　これを⑨に代入して $I_B = \dfrac{1}{5} \cdot 25 + 2 = 7$
　よって、Compensating Variation＝（点Ａの所得）―（点Ｂの所得）
　＝ 10－ 7 ＝ 3
　∴　<u>Compensating Variation ＝ 3</u>

[2] ⑥を①に代入し、$\dfrac{dU}{dx} = 0$ で Utility maximization しても $x = 4$ が求まるが、こちらの方が楽だと思われる。

○Equivalent Variationは、
点Ａに必要な所得（点Ｃに必要な所得に等しい）と点Ｅに必要な所得の差。点Ｃと点Ｅは同じ indifference curve 上にある。

・新しい indifference curve を求めるため、新しい最適点Ｃの座標を求める。

$(P_x, P_y) = (0.2, 1)$　　$\therefore \quad \dfrac{P_x}{P_y} = \dfrac{1}{5}$　…⑩

⑩を④に代入して、$\dfrac{1}{\sqrt{x}} = \dfrac{1}{5}$

$\therefore \quad x = 25$　これを②の Budget line：$\dfrac{1}{5}x + y = 10$　に代入して、

$y = 5$　つまり、$(x, y) = (25, 5)$ を①に代入して、$U = 2\sqrt{25} + 5 = 15$

$\therefore$　indifference curve は $2\sqrt{x} + y = 15$　…⑪

・そこで、点Ｅの所得（I_E とする）を求める。点Ｅの座標を求めると、

価格は $(P_x, P_y) = (0.5, 1)$ より、

$\dfrac{P_x}{P_y} = \dfrac{1}{2}$　…⑫　　Budget line は $\dfrac{1}{2}x + y = I_E$ …⑬

⑫を④に代入して、$\dfrac{1}{\sqrt{x}} = \dfrac{1}{2}$　ゆえに $x = 4$

これを⑪に代入して、$2\sqrt{4} + y = 15$　より　$y = 11$

$\therefore$　点Ｅの座標は $(x, y) = (4, 11)$　これを⑬に代入して $I_E = \dfrac{1}{2} \cdot 4 + 11 = 13$

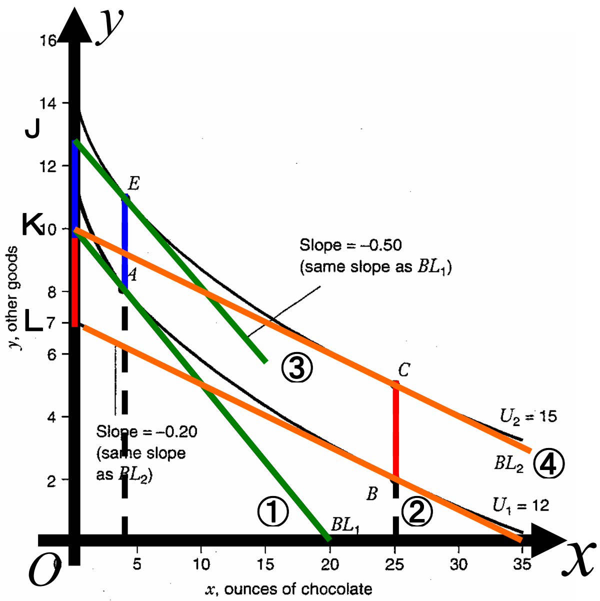
よって、Equivalent Variation ＝（点Ｅの所得）―（点Ｃの所得）
＝ 13－ 10 ＝ 3

$\therefore$　<u>Equivalent Variation ＝ 3</u>　Compensating Variation と一致する。

以上と全く同様な方法で、Ex.5.9 も解くことができるが、この Ex.5.8 に限っては、Utility function が Quasi-linear curve であることを利用して、さらに容易に解くことができる。但し、こちらの方法は Ex.5.9 では通用しない。

（２）特殊な解法

○ indifference curve が Quasi-linear curve のとき Equivalent Variation と Compensating Variation は一致する理由



indifference curve は
Quasi-linear curve であり、

$MU_y = k$（k は定数）とおける。

（今回の場合は $MU_y = 1$）

$$MU_y = \left.\frac{\Delta U}{\Delta y}\right|_x = k$$

x を一定にしたとき $\Delta U = k\Delta y$
つまり、どの水準で x を一定にしても、
indifference curve の効用の差は、indifference curve の y 座標の差と比例するということである。２つの indifference curve だけを見る場合、効用の差は一定なので、y 座標の差もそれに比例して一定となる。
すなわち、前の効用水準を U_1、新しい効用水準を U_2 とすると、$U_2 - U_1 = k\Delta y$
ゆえに、$U_2 - U_1$ が一定なら、どの水準で x を一定にしても Δy は一定。

∴　上図において、ＡＥ＝ＢＣ
　　②と④が平行なので、ＢＣ＝ＫＬ、①と③が平行なのでＡＥ＝ＫＪ
　　ゆえに、ＫＬ＝ＫＪより、
　　<u>Equivalent Variation と Compensating Variation は一致する。</u>

（３）その他の話題（未解決）

○ Equivalent Variation と Compensating Variation が一致すれば、それらは Consumer surplus と必ず一致するのか？
○ Equivalent Variation と Compensating Variation が一致しないとき、Consumer surplus は必ず両者の間の値をとるのか？