労働需要の賃金弾力性と賃金増加率の関係

～特殊要素モデルを用いた理論分析～

平成２０年１月１０日

早稲田大学　商学部
商業・貿易・金融コース
市田敏啓ゼミナール

河野愛一朗

労働需要の賃金弾力性と賃金増加率の関係

～特殊要素モデルを用いた理論分析～

平成１９年1月１０日
河野　愛一朗 [1]

＝要約＝

特殊要素モデルを用いた分析では，コブ・ダグラス型の生産関数を仮定することによって，非熟練市場の需要関数が非弾力的なときは，弾力的な場合と比べ，熟練労働者が増加したときの賃金増加率は高く，また，非熟練労働者が増加したときの賃金低下率も高いことが判明した．つまり，非熟練市場の需要関数が非弾力的であれば，非熟練労働市場への影響は拡大することが分かった．

＝目次＝

---

[1] 早稲田大学商学部　商業・貿易・金融コース４年（pathos-logos atmark suou.waseda.jp）

１．方針と分析の前提

本論文では，特殊要素モデルという国際経済学の手法を用いて，小国開放経済の一般的な国における熟練労働者受け入れ，非熟練労働者受け入れによる国内労働者への影響大きさの違いと労働需要の賃金弾力性の関係に関して，理論分析を行う．この分析において前提となる仮定を以下に述べる．

Kemnitz, A. (2003)は，移民を引き受けた国の経済厚生の変化を調べる際，生産要素を熟練労働と非熟練労働の２つとした．本論文においても，彼にならって，熟練労働市場と非熟練労働市場から成る二重労働市場[2]を想定する．

また，Paul Samuelson(1971)と Ronald W Jones (1971)によって提唱された特殊要素モデルにおいて一般的に使用される仮定は本論文でも満たされているとしよう．特殊要素モデルとは，生産要素を，セクター間[3]で移動可能な生産要素と，特定のセクターでしか利用できない移動不可能な特殊的生産要素の２種類に分類するモデルである．本論文では，非熟練労働者を，セクター間で移動可能な生産要素であり，熟練労働者を特殊的生産要素であるとする．両種類の労働者に失業はなく，完全雇用条件は満されているものとする．

財市場は完全競争市場であるであるので，財価格は所与となる．また，企業は利潤最大化の選択をするが利潤は０になる．[4]

ところで，McDonald and Solow(1985)は，二重労働市場の理論分析の仮定の中で，primary labor market[5]は非競争的，secondary labor market は競争的であるとしている．また，Piore(1979)は，二重労働市場を用いた国際労働移動の仮定では，primary labor market は熟練労働，secondary labor market は非熟練労働を取引する

---

2 二重労働市場とは，２つの種類の労働者から成る労働市場のこと．

3 このセクターとは，財市場におけるセクターを指す．

4 完全競争市場では，企業は市場に自由参入（退出であり），企業の利潤は０に成るまで，新規参入が続く．結果，長期均衡では，利潤は０になるとみなしてよい．結果，企業は無数に存在し，各企業は，市場全体の価格を支配できず，price taker となる．よって，財価格は定数とみなす．

5 primary labor market とは，長期雇用で高い賃金が支払われるキャリア労働者が取引される市場である．secondary labor market は短期雇用で低い賃金が支払われるパートタイム労働者が取引されている市場のことである．

とした．結果，Agiomirgianakis and Zervoyianni(2001)は，二重労働市場をもつ小国開放経済に及ぼす影響を調べる際，熟練労働は非競争的，非熟練労働は競争的であるとした．本論文においても，熟練労働市場は非競争的，非熟練労働市場は競争的であるとする．そのために，各セクターで企業は１社とし，市場全体で２社が存在するとする．また，この市場の消費者である企業は，自らの利潤最大化の際，非熟練労働者の賃金は所与であるとする．

以上を踏まえた上で，本論文で使用する文字の仮定は以下のようになる．
生産量Q，熟練労働量H，非熟練労働量L　$(Q,H,L\in\Re^{+})$とする．
生産されるX・Yの二種類であるとする．
生産関数はＣＲＳ[6]を満たすコブ・ダグラス型[7]だとし，以下のように表す．

$$\underline{Q=AH^{1-\alpha}L^{\alpha}\quad (A,\alpha\in\Re^{+},0<\alpha<1)}$$（Aは定数）[8]

そこで，ある企業がこの生産関数の下で生産を行い，利潤最大化を行う．
利潤をπ，財価格を定数P [9]，非熟練労働者賃金をwとする．
この経済に存在する非熟練労働量を$\bar{L}$とする．よって，完全雇用条件により，$\bar{L}=L_X+L_Y$（前者が財X部門，後者は財Y部門の非熟練労働者）となる．

---

6 ＣＲＳとはconstant returns to scaleの略で，今回では生産要素Ｈ及びＬに対して，生産関数が一次同時であることを意味する．この場合，ＨとＬの指数の和が１であることが知られている．
7 Charles W. Cobb, Paul H. Douglas(1928)"A Theory of Production", *The American Economic Review*, Vol. 18, No. 1, Supplement, Papers and Proceedings of the Fortieth Annual Meeting of the American Economic Association, pp. 139-165 を参照
8 αを（非熟練）労働分配率という．これに関しては補論２で詳しく述べる．
9 完全競争市場と仮定しているため，企業はprice takerとなる．

２．非熟練労働市場の需要関数の導出

総収入はPQ，総費用は$wL+rH$であるから，

$$\underline{\pi = PQ - wL - rH}$$で表される．

これに，生産関数を代入すると，$\pi = PAH^{1-\alpha}L^{\alpha} - wL - rH$ となる．

財市場や非熟練労働市場が競争的で，α, P, A, H, w, rがLに対して，定数とみなせば，

$\dfrac{d\pi}{dL} = \alpha PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-1} - w$から，$\dfrac{d^2\pi}{dL^2} = \alpha(\alpha-1)PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-2}$　となる．

$\alpha, P, A, H, L^{\alpha-2} \in \Re^{+}$，$0 < \alpha < 1$から$\alpha - 1 < 0$より，

利潤最大化の２階の条件：$\dfrac{d^2\pi}{dL^2} < 0 \quad (\forall L \in R^{+})$　から，

利潤最大化の１階の条件：$\dfrac{d\pi}{dL} = 0$のとき，利潤最大化がなされる．

$\dfrac{d\pi}{dL} = \alpha PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-1} - w = 0$　　より，

$$\underline{\therefore\ w = \alpha PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-1}}$$ [10]

α, P, A, H, w, rがLに対して定数なので，

これは$L \rightarrow w$となる一変数関数であり，（非熟練）労働市場の（逆）需要関数（ＶＭＰＬ曲線）である．

[10] $\dfrac{dQ}{dL} = MPL = \alpha AH^{1-\alpha}L^{\alpha-1}$より，$w = P \cdot MPL = VMPL$ と言い換えることができる．

３．非熟練労働市場の需要の賃金弾力性の導出

非熟練労働市場の需要関数を用いて，労働需要の賃金弾力性（ε）を求める．

$$\varepsilon = \frac{dL/L}{dw/w} = \frac{dL}{dw} \cdot \frac{w}{L}$$

$w = \alpha PAH^{1-\alpha} L^{\alpha-1}$ から，

$\dfrac{dw}{dL} = \alpha(\alpha-1)PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-2}$ よって，$\dfrac{dL}{dw} = \dfrac{1}{\alpha(\alpha-1)PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-2}}$ から，

$\dfrac{w}{L} = \dfrac{\alpha PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-1}}{L} = \alpha PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-2}$ となる．

これらを，賃金弾力性の式に代入して，

$\varepsilon = \dfrac{\alpha PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-2}}{\alpha(\alpha-1)PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-2}} = \dfrac{1}{\alpha-1}$ となるので，

よって，$\underline{\varepsilon = \dfrac{1}{\alpha-1}}$ [11]

11　$0 < \alpha < 1$ より，この弾力性は負の数となる．

４．非熟練労働市場の賃金増加率の展開（対数法を用いる方法）

ここで再び需要関数$w = \alpha PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-1}$について考え，

賃金増加率（$\dfrac{\triangle w}{w} \approx d\ln w$[12]）を賃金弾力性（$\varepsilon = \dfrac{1}{\alpha-1}$）で表す.

経済が財X・財Yの２財を生産しているとし，どちらの財の生産においても，これまでの全ての仮定を満たすとする．また，非熟練労働市場が完全競争だとすれば，財X部門・財Y部門で非熟練労働者は移動可能で，賃金も同一になる．

そこで，今まで使用していた文字にX，Yの添え字をつけて，どちらの部門の数量か分かるように書き改める．例えば，労働市場の需要関数は

$w = \alpha_i P_i A_i H_i^{1-\alpha_i} L_i^{\alpha_i-1} \quad (i = X, Y)$と書く.

そこで，財Y部門における労働市場の需要関数は，$w = \alpha_Y P_Y A_Y H_Y^{1-\alpha_Y} L_Y^{\alpha_Y-1}$

$w = \alpha_Y P_Y A_Y H_Y^{1-\alpha_Y} L_Y^{\alpha_Y-1}$（ＶＭＰＬ$_{\mathrm{Y}}$曲線とする）

財X部門における労働市場の需要関数は，$w = \alpha_X P_X A_X H_X^{1-\alpha_X} L_X^{\alpha_X-1}$（ＶＭＰＬ$_{\mathrm{X}}$曲線とする）よって，

$$\begin{cases} w = \alpha_Y P_Y A_Y H_Y^{1-\alpha_Y} L_Y^{\alpha_Y-1} \\ w = \alpha_X P_X A_X H_X^{1-\alpha_X} L_X^{\alpha_X-1} \end{cases}$$ [13]

両式に自然対数をとって，[14]

12　底をeとする対数（例：$\log_e x$）を自然対数（natural log）といい，
$\log_e$の部分を単に $\log$や$\ln$と表す．（つまり，$\log_e x = \log x = \ln x$）
ちなみに，$e = \lim_{h\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{h}\right)^h = \lim_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{t}}$ で定義されている数.
さらに，$\dfrac{d}{dx}\ln x = \dfrac{1}{x}$より，$d\ln x = \dfrac{dx}{x} \approx \dfrac{\triangle x}{x}$

13 ちなみにこの連立方程式は，代数的に解くことができない.

$$\begin{cases} \ln w = \ln \alpha_Y + \ln P_Y + \ln A_Y + \ln H_Y{}^{1-\alpha_Y} + \ln L_Y{}^{\alpha_Y - 1} \\ \ln w = \ln \alpha_X + \ln P_X + \ln A_X + \ln H_X{}^{1-\alpha_X} + \ln L_X{}^{\alpha_X - 1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln w = \ln \alpha_Y + \ln P_Y + \ln A_Y + (1-\alpha_Y) \ln H_Y + (\alpha_Y - 1) \ln L_Y \\ \ln w = \ln \alpha_X + \ln P_X + \ln A_X + (1-\alpha_X) \ln H_X + (\alpha_X - 1) \ln L_X \end{cases}$$

これは一次式なので，以下が導ける.

$$\begin{cases} d \ln w = d \ln \alpha_Y + d \ln P_Y + d \ln A_Y + (1-\alpha_Y) d \ln H_Y + (\alpha_Y - 1) d \ln L_Y \\ d \ln w = d \ln \alpha_X + d \ln P_X + d \ln A_X + (1-\alpha_X) d \ln H_X + (\alpha_X - 1) d \ln L_X \end{cases}$$ [15]

そこで，非熟練労働分配率αを賃金弾力性に変換しよう.

３項で述べた$\varepsilon_i = \dfrac{1}{\alpha_i - 1}$から，$1-\alpha_i = -\dfrac{1}{\varepsilon_i}$　かつ　$\alpha_i - 1 = \dfrac{1}{\varepsilon_i}$　$(i = X, Y)$

よって，これらを先ほどの式に代入すれば，

$$\begin{cases} d \ln w = d \ln \alpha_Y + d \ln P_Y + d \ln A_Y - \dfrac{1}{\varepsilon_Y} d \ln H_Y + \dfrac{1}{\varepsilon_Y} d \ln L_Y \\ d \ln w = d \ln \alpha_X + d \ln P_X + d \ln A_X - \dfrac{1}{\varepsilon_X} d \ln H_X + \dfrac{1}{\varepsilon_X} d \ln L_X \end{cases}$$

よって，賃金増加率（$d \ln w$）を他の増加率や賃金弾力性ε_iで表せた.

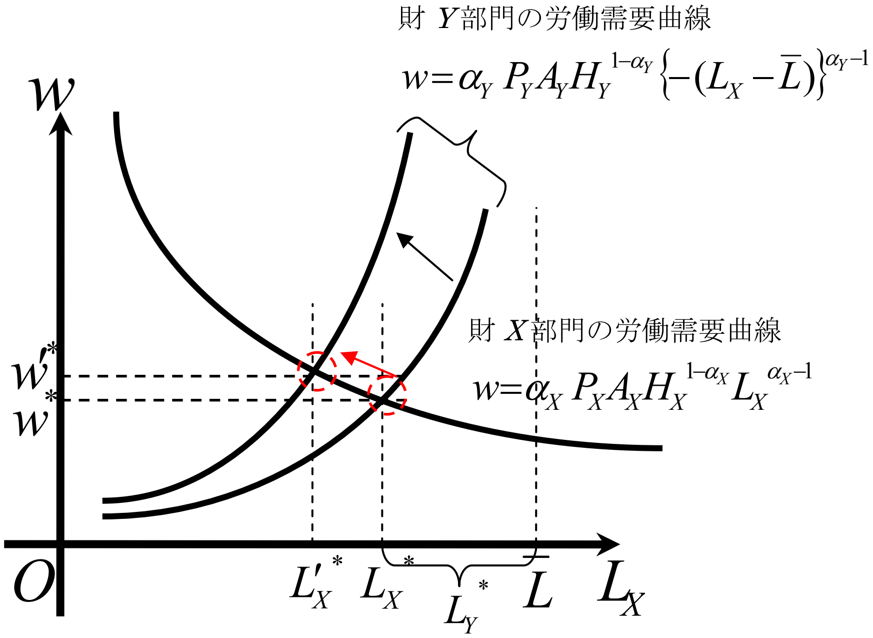
[14] $\log_a XY = \log_a X + \log_a Y \ (X, Y \in \Re^+)$

[15] 一次式なので，全微分した場合と同じといえる．また，この連立方程式は，代数的に解くことができない.

５．分析

（５．１）熟練労働者が参入してきた場合

ここでは，熟練労働者が流入するときの影響を考察する．この際，片方の市場だけに労働者が入ってきてその市場の非熟練労働者の生産性は向上するが，均衡賃金は他の市場との関係で決定されるので，経済全体の非熟練労働者の賃金が上昇するはずである．この様子を描いたものが，以下の Figure 1[16]である．Figure 1 では，財 Y部門のみに熟練労働者が流入し，その部門の労働需要曲線が上方に動いた場合を想定している．均衡が(L_X^*, w^*)から，$(L_X'^*, w'^*)$に変化し，賃金が増加していることが分かる．



=Figure 1=

この際，非熟練労働市場における需要の賃金弾力性の大小と，賃金増加率の大小の関係を理論的に解明する．

16 この図の描き方について，後の補論１で詳しく述べている．

まず，財X部門・財Y部門に熟練労働者が流入し，賃金と非熟練労働量以外に変化が無いとすれば，$d\ln\alpha_i, d\ln P_i, d\ln A_i = 0\ (i = X, Y)$
これを，４項の結果に代入すれば，

$$\begin{cases} d\ln w = -\dfrac{1}{\varepsilon_Y} d\ln H_Y + \dfrac{1}{\varepsilon_Y} d\ln L_Y \\ d\ln w = -\dfrac{1}{\varepsilon_X} d\ln H_X + \dfrac{1}{\varepsilon_X} d\ln L_X \end{cases} \quad \cdots (5.1.1)$$

これに完全雇用条件（Full employment condition）：$L_Y + L_X = \overline{L}$を適用した均衡について考えよう．$L_Y = \overline{L} - L_X$を（5.1.1）に代入すれば，

$$\begin{cases} d\ln w = -\dfrac{1}{\varepsilon_Y} d\ln H_Y + \dfrac{1}{\varepsilon_Y} d\ln(\overline{L} - L_X) \\ d\ln w = -\dfrac{1}{\varepsilon_X} d\ln H_X + \dfrac{1}{\varepsilon_X} d\ln L_X \end{cases} \quad \cdots (5.1.2)$$

そこで，$\dfrac{d\ln L_X}{dL_X} = \dfrac{1}{L_X} \quad \therefore \quad d\ln L_X = \dfrac{dL_X}{L_X}$[17] $\cdots$（5.1.3）

また，$\dfrac{d\ln(\overline{L} - L_X)}{dL_X} = \dfrac{d\ln(\overline{L} - L_X)}{dL_Y} \cdot \dfrac{dL_Y}{dL_X} \quad s.t.\ L_Y = \overline{L} - L_X$ $\cdots$（5.1.4）

$$\frac{d\ln(\overline{L} - L_X)}{dL_Y} = \frac{d\ln L_Y}{dL_Y} = \frac{1}{L_Y} \quad \cdots (5.1.5)$$

この経済の総非熟練労働量である$\overline{L}$は，一定なので，L_Xにとって所与である．

よって，$\dfrac{dL_Y}{dL_X} = \dfrac{d}{dL_X}(\overline{L} - L_X) = -1$ $\cdots$（5.1.6）

（5.1.5）及び（5.1.6）を（5.1.4）に代入して，

17　例えば，$\dfrac{d}{dx}\ln x = \dfrac{1}{x}$ より，$d\ln x = \dfrac{dx}{x} \approx \dfrac{\triangle x}{x}$

$$\frac{d\ln(\overline{L}-L_X)}{dL_X}=-\frac{1}{L_Y} \quad \therefore \quad d\ln(\overline{L}-L_X)=-\frac{dL_X}{L_Y} \quad \cdots(5.1.7)$$

(5.1.3)及び(5.1.7)を(5.1.2)に代入して,

$$\begin{cases} d\ln w=-\dfrac{1}{\varepsilon_Y}d\ln H_Y-\dfrac{1}{\varepsilon_Y}\dfrac{dL_X}{L_Y} \\ d\ln w=-\dfrac{1}{\varepsilon_X}d\ln H_X+\dfrac{1}{\varepsilon_X}\dfrac{dL_X}{L_X} \end{cases}$$

上を変形して,

$$\begin{cases} dL_X=-\varepsilon_Y L_Y\left(d\ln w+\dfrac{1}{\varepsilon_Y}d\ln H_Y\right) \\ dL_X=\varepsilon_X L_X\left(d\ln w+\dfrac{1}{\varepsilon_X}d\ln H_X\right) \end{cases}$$

$$\therefore \quad \varepsilon_X L_X\left(d\ln w+\frac{1}{\varepsilon_X}d\ln H_X\right)=-\varepsilon_Y L_Y\left(d\ln w+\frac{1}{\varepsilon_Y}d\ln H_Y\right)$$

これを展開して,

$$\varepsilon_X L_X d\ln w+L_X d\ln H_X=-\varepsilon_Y L_Y d\ln w-L_Y d\ln H_Y$$

$$\varepsilon_X L_X d\ln w+\varepsilon_Y L_Y d\ln w=-L_Y d\ln H_Y-L_X d\ln H_X$$

$$(\varepsilon_X L_X+\varepsilon_Y L_Y)d\ln w=-L_X d\ln H_X-L_Y d\ln H_Y$$

よって, $\underline{d\ln w=\dfrac{L_X d\ln H_X+L_Y d\ln H_Y}{-(\varepsilon_X L_X+\varepsilon_Y L_Y)}}$

または, $\underline{d\ln w=\dfrac{L_X}{-(\varepsilon_X L_X+\varepsilon_Y L_Y)}d\ln H_X+\dfrac{L_Y}{-(\varepsilon_X L_X+\varepsilon_Y L_Y)}d\ln H_Y}$

この左辺は$d\ln w = \dfrac{dw}{w}$より，賃金増加率である．[18]　同様に，右辺のうち，

$d\ln H_i = \dfrac{dH_i}{H_i} \quad (i = X, Y)$は両部門それぞれへの熟練労働者の増加率を表している．

熟練労働者増加率の係数：$\dfrac{L_i}{-(\varepsilon_X L_X + \varepsilon_Y L_Y)}$への解釈をしよう．３項で述べたように非熟練労働市場の需要の賃金弾力性：$\varepsilon_i = \dfrac{dL_i / L_i}{dw/w} = \dfrac{dL_i}{dw} \cdot \dfrac{w}{L_i} \quad (i = X, Y)$であるが，非熟練労働市場が需要法則を満たすならば，$\dfrac{dL_i}{dw} < 0 \quad (\forall L_i \in R^+)$

よって，$L_i, w > 0$から，$\varepsilon_i < 0$　　…(5.1.8)　　さらに，$L_X, L_Y > 0$から，

$\dfrac{L_i}{-(\varepsilon_X L_X + \varepsilon_Y L_Y)} > 0$　よって，熟練労働者増加率の係数は正であり，

$$d\ln w = \frac{L_X}{-(\varepsilon_X L_X + \varepsilon_Y L_Y)} d\ln H_X + \frac{L_Y}{-(\varepsilon_X L_X + \varepsilon_Y L_Y)} d\ln H_Y$$から，

両部門へのそれぞれの熟練労働者が増加すれば，市場全体の賃金が増加することが確かめられた．仮にどちらかの部門の熟練労働量が不変であっても，市場全体の賃金が増加する．

　そこで，本項の目標である，賃金弾力性の大小と賃金増加率の大小の関係について論じよう．

---

18 例えば，$\dfrac{d}{dx}\ln x = \dfrac{1}{x}$より，$d\ln x = \dfrac{dx}{x} \approx \dfrac{\triangle x}{x}$

もし，非熟練市場の需要関数が弾力的であれば，

賃金弾力性の絶対値：$|\varepsilon_i| = \left|\dfrac{dL_i / L_i}{dw/w}\right| \quad (i = X, Y)$　が大である．(5. 1. 8) より，$\varepsilon_i < 0$

なので，$-\varepsilon_i$ が大となる．

よって，熟練労働者増加率の係数：$\dfrac{L_i}{-(\varepsilon_X L_X + \varepsilon_Y L_Y)} > 0 \quad (\forall L_i \in R^+)$ は，財 X 部門・財 Y 部門どちらの弾力性が大きかろうと，分母が大になるので，係数全体は小となる．

つまり，$\underline{d\ln w = \dfrac{L_X}{-(\varepsilon_X L_X + \varepsilon_Y L_Y)} d\ln H_X + \dfrac{L_Y}{-(\varepsilon_X L_X + \varepsilon_Y L_Y)} d\ln H_Y}$

より，**熟練労働者が増加しても，財 X 部門・財 Y 部門の非熟練市場の需要関数が弾力的なときは，非弾力的な場合と比べ，賃金増加率は低い．仮にどちらかの部門の非熟練労働者が不変であっても，財 X 部門・財 Y 部門両方の弾力性が賃金増加率に影響する．**

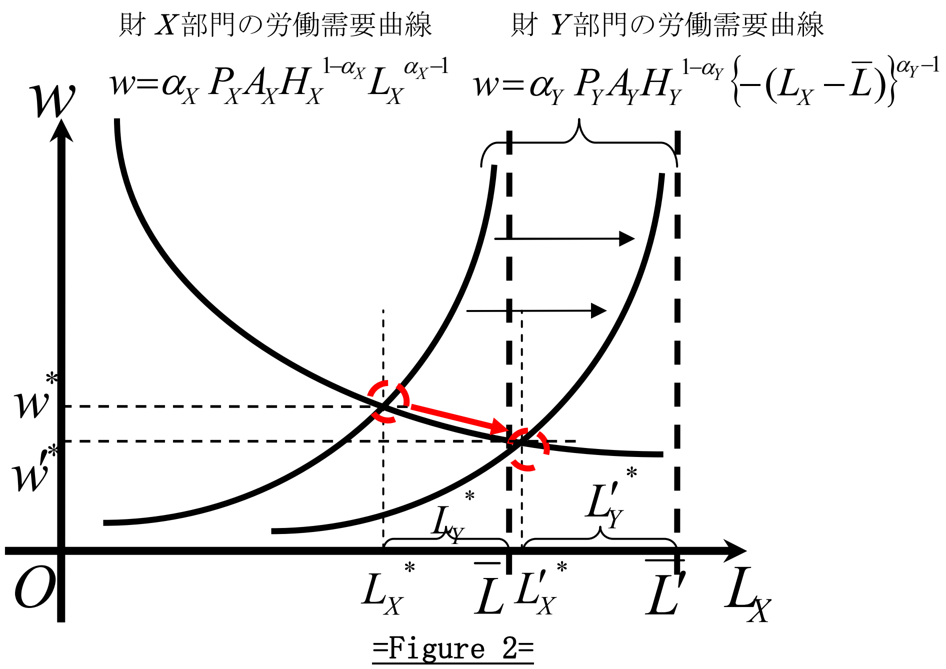
もし，単にどちらかの部門からの熟練労働者の流入が市場の全体の賃金増加率を検討したければ，$d\ln H_j = 0 \quad (j = X\ or\ Y)$ を適用すればよい．つまり，

$$\underline{d\ln w = \frac{L_i}{-(\varepsilon_X L_X + \varepsilon_Y L_Y)} d\ln H_i \quad (i = X\ or\ Y)}$$

（もし財 X 部門の熟練労働者が増加したなら $i = X, j = Y$）

（５．２）熟練労働者が参入してきた場合

ここでは，非熟練労働者が流入するときの影響を考察する．新たな非熟練労働者は，全ての部門に分配される．つまり，どの部門においても，雇用される非熟練労働者は増加する．２項でも述べたように，非熟練労働市場の需要曲線 $w=\alpha PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-1}$ に相当するＶＭＰＬ曲線は，$\dfrac{dQ}{dL}=MPL=\alpha AH^{1-\alpha}L^{\alpha-1}$[19]から $w=VMPL=P\cdot MPL$ と変換できる．２項で $\dfrac{d^2\pi}{dL^2}<0\quad(\forall L\in R^+)$ が判明していることから，（非）熟練労働者の限界生産性ＭＰＬ及びＶＭＰＬは逓減する．[20] よって，雇用される非熟練労働者が増加すれば，彼らの賃金は低下するはずである．この様子を表したものが Figure 2 になる[21]．均衡点が (L_X^*, w^*) から，$(L_X'^*, w'^*)$ に変化し，賃金が増加していることが分かる．



=Figure 2=

19　１項で生産関数を $Q=AH^{1-\alpha}L^{\alpha}\quad(A,\alpha\in\Re^+,0<\alpha<1)$ と定義している．

20　$\dfrac{d^2\pi}{dL^2}=P\dfrac{d^2Q}{dL^2}=P\dfrac{d}{dL}\dfrac{dQ}{dL}=P\dfrac{d}{dL}MPL=\dfrac{d}{dL}VMPL=\alpha(\alpha-1)PAH^{1-\alpha}L^{\alpha-2}<0\quad(\forall L\in R^+)$

21　この図の描き方について，後の補論１で詳しく述べている．

この際，本項では，非熟練労働市場における需要の賃金弾力性の大小と，賃金増加率の大小の関係を理論的に解明する．

まず，財X部門・財Y部門に非熟練労働者が流入し，賃金と非熟練労働量以外に変化が無いとすれば，$d\ln\alpha_i, d\ln P_i, d\ln A_i, d\ln H_i = 0\ (i = X, Y)$

これを，４項の結果に代入すれば，

$$\begin{cases} d\ln w = \dfrac{1}{\varepsilon_Y} d\ln L_Y \\ d\ln w = \dfrac{1}{\varepsilon_X} d\ln L_X \end{cases} \quad \cdots(5.2.1)$$

そこで，$\dfrac{d\ln L_X}{dL_X} = \dfrac{1}{L_X} \quad \therefore \quad d\ln L_X = \dfrac{dL_X}{L_X}$[22] …(5.2.2)

また，$\dfrac{d\ln L_Y}{dL_Y} = \dfrac{1}{L_Y} \quad \therefore \quad d\ln L_Y = \dfrac{dL_Y}{L_Y}$ …(5.2.3)

(5.2.2)及び(5.2.3)を(5.2.1)に代入して，

$$\begin{cases} d\ln w = \dfrac{1}{\varepsilon_Y} \dfrac{dL_Y}{L_Y} \\ d\ln w = \dfrac{1}{\varepsilon_X} \dfrac{dL_X}{L_X} \end{cases}$$

上を変形して，

$$\begin{cases} dL_Y = \varepsilon_Y L_Y d\ln w \\ dL_X = \varepsilon_X L_X d\ln w \end{cases} \quad \cdots(5.2.4)$$

完全雇用条件：$L_Y + L_X = \bar{L}$ より，これは１次式だから，

$$dL_Y + dL_X = d\bar{L} \quad \cdots(5.2.5)$$

22　例えば，$\dfrac{d}{dx}\ln x = \dfrac{1}{x}$ より，$d\ln x = \dfrac{dx}{x} \approx \dfrac{\triangle x}{x}$

(5.2.4)を(5.2.5)に代入して，

$$\varepsilon_Y L_Y d\ln w + \varepsilon_X L_X d\ln w = d\bar{L}$$

$$\Leftrightarrow \ (\varepsilon_Y L_Y + \varepsilon_X L_X) d\ln w = d\bar{L}$$

$$\therefore \quad d\ln w = \frac{1}{\varepsilon_Y L_Y + \varepsilon_X L_X} d\bar{L}$$

この左辺は$d\ln w = \dfrac{dw}{w}$より，賃金増加率である．[23]

同様に右辺のうち，$d\bar{L} \approx \triangle\bar{L}$は経済全体の非熟練労働者の増加量を表している．

非熟練労働者増加量の係数：$\dfrac{1}{\varepsilon_Y L_Y + \varepsilon_X L_X}$への解釈をしよう．３項や５．１項でも述べたように，

非熟練労働市場の需要の賃金弾力性：$\varepsilon_i = \dfrac{dL_i / L_i}{dw/w} = \dfrac{dL_i}{dw} \cdot \dfrac{w}{L_i} \quad (i = X, Y)$であるが，

非熟練労働市場が需要法則を満たすならば，$\dfrac{dL_i}{dw} < 0 \quad (\forall L_i \in R^{+})$

よって，$L_i, w > 0$から，$\varepsilon_i < 0$　…(5.2.6)　さらに，$L_X, L_Y > 0$から，

$\dfrac{1}{\varepsilon_Y L_Y + \varepsilon_X L_X} < 0$　よって非熟練労働者増加量の係数は負であり，

$d\ln w = \dfrac{1}{\varepsilon_Y L_Y + \varepsilon_X L_X} d\bar{L}$から，<u>経済全体の非熟練労働者が増加すれば，全体の賃金が低下する</u>ことが確かめられた．…(5.2.7)

そこで，本項の目標である，賃金弾力性の大小と賃金増加率の大小の関係に

---

[23] 例えば，$\dfrac{d}{dx}\ln x = \dfrac{1}{x}$より，$d\ln x = \dfrac{dx}{x} \approx \dfrac{\triangle x}{x}$

ついて論じよう．

もし，非熟練市場の需要関数が弾力的であれば，

賃金弾力性の絶対値：$|\varepsilon_i| = \left|\dfrac{dL_i/L_i}{dw/w}\right| \quad (i = X, Y)$ 　が大である．(5.2.6)より，$\varepsilon_i < 0$

であるので，非熟練労働者増加量の係数：$\dfrac{1}{\varepsilon_Y L_Y + \varepsilon_X L_X} < 0 \quad (\forall L_i \in R^+)$ は，

財X部門・財Y部門どちらの弾力性が大きかろうと，分母が（負の方向に）大になるので，係数全体は（負の方向に）小となる．　…(5.2.8)

つまり，(5.2.7)かつ(5.2.8)より，$\underline{d\ln w = \dfrac{1}{\varepsilon_Y L_Y + \varepsilon_X L_X} d\bar{L}}$ より，

<u>**非熟練労働者が増加しても，財 X 部門・財 Y 部門の非熟練市場の需要関数が弾力的なときは，非弾力的な場合と比べ，賃金低下率は低い．**</u>逆に言えば，非熟練労働者が減少する際には，財 X 部門・財 Y 部門の非熟練市場の需要関数が弾力的なときは，非弾力的な場合と比べ，賃金増加率は低い．

（５．３）結論

財 X 部門・財 Y 部門の非熟練市場の需要関数が弾力的なときは，非弾力的な場合と比べ，（５．１）では熟練労働者が増加しても，賃金増加率は低いということが言え，（５．２）では，非熟練労働者が増加しても，賃金低下率は低い．つまり，非熟練市場の需要関数が弾力的であれば，賃金の増加率や低下率は縮小されることが分かる．

補論１．特殊要素モデルにおける労働市場の均衡図（$L_X w$ 平面）

X,Y の２財経済だとすれば，両部門の非熟練労働者の需要曲線は，

$$\begin{cases} w = \alpha_Y P_Y A_Y H_Y^{1-\alpha_Y} L_Y^{\alpha_Y - 1} (= VMPL_Y) \\ w = \alpha_X P_X A_X H_X^{1-\alpha_X} L_X^{\alpha_X - 1} (= VMPL_X) \end{cases}$$

これに対して，完全雇用条件：$L_Y + L_X = \bar{L}$ を適用しよう．$L_Y = -(L_X - \bar{L})$ を財 Y 部門の需要曲線に代入して，

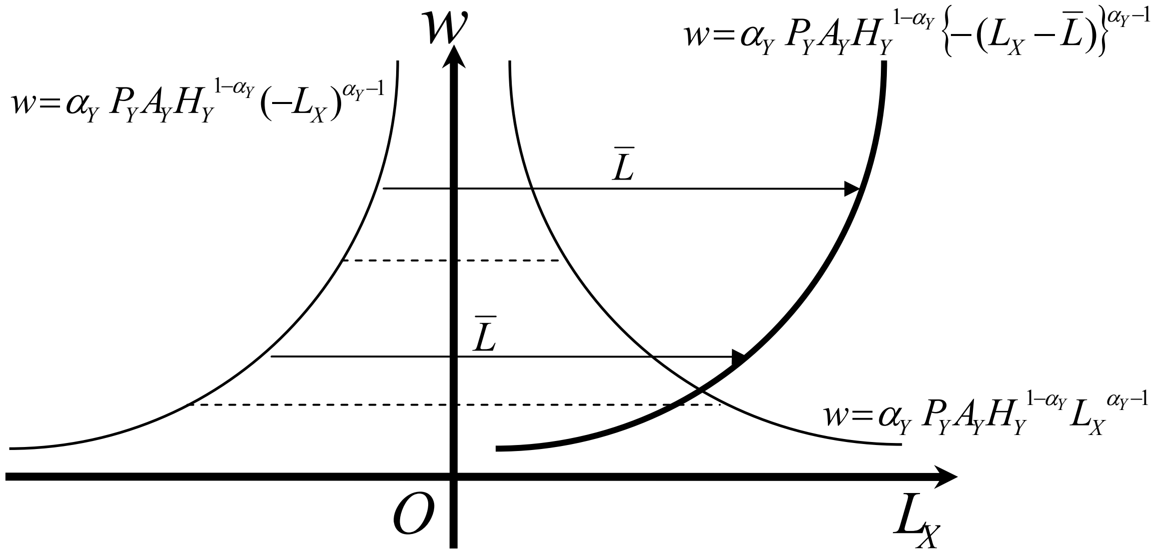
$$\begin{cases} w = \alpha_Y P_Y A_Y H_Y^{1-\alpha_Y} \left\{ -(L_X - \bar{L}) \right\}^{\alpha_Y - 1} \\ w = \alpha_X P_X A_X H_X^{1-\alpha_X} L_X^{\alpha_X - 1} \end{cases}$$ [24]

まず，財 Y 部門の需要曲線のみを $L_X w$ 平面への図示しよう．

５．１でも述べたように，

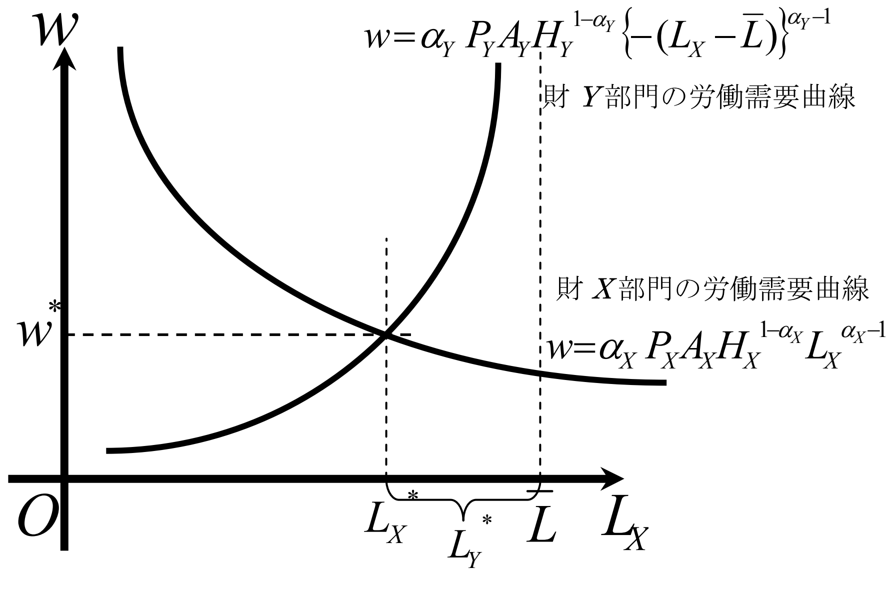
$0 < \alpha < 1 \;\therefore\; \alpha - 1 < 0$　かつ $\dfrac{d}{dL} VMPL = \alpha(\alpha - 1) PAH^{1-\alpha} L^{\alpha-2} < 0 \quad (\forall L \in R^+)$ で

あることに注意すれば，以下のようになる．



24　xy 座標平面において $y = f(x)$ のグラフを，x 軸方向に p，y 軸方向に q 移動させると，$y - q = f(x - p)$ となる．

さらに，財 X 部門の需要曲線も $L_X w$ 平面への図示すれば，以下のようになる．



均衡は両部門の需要曲線が交わる (L_X^*, w^*) となる．

補論２． αの意味

αが何を表すか考えよう．生産関数$Q=AH^{1-\alpha}L^{\alpha}$に自然対数を取ると，

$$\ln Q=\ln AH^{1-\alpha}L^{\alpha}$$

$$=\ln A+\ln H^{1-\alpha}+\ln L^{\alpha}$$

$$=\ln A+(1-\alpha)\ln H+\alpha\ln L$$

上は一次式なので，

$$d\ln Q=d\ln A+(1-\alpha)\,d\ln H+\alpha\,d\ln L$$

$d\ln A=0, d\ln H=0$とすれば，$d\ln Q=\alpha\,d\ln L$

よって，$\alpha=\dfrac{d\ln Q}{d\ln L}=\dfrac{dQ/Q}{dL/L}=\dfrac{dQ}{dL}\cdot\dfrac{L}{Q}=\dfrac{MPL\cdot L}{Q}$[25]

$w=VMPL=P\cdot MPL$ より，$MPL=\dfrac{w}{P}$

$$\alpha=\frac{d\ln Q}{d\ln L}=\frac{dQ/Q}{dL/L}=\frac{dQ}{dL}\cdot\frac{L}{Q}=\frac{(w/P)L}{Q}$$

よって，$\alpha=\dfrac{(w/P)L}{Q}$

$\dfrac{w}{P}$は実質賃金なので，αは生産量に対し，全（非熟練）労働者の占める賃金総額の割合[26]を意味している．

[25] $\alpha=\dfrac{dQ/Q}{dL/L}$から，$\alpha$は労働量が生産量に与える弾力性ともいえる．

[26] これを労働分配率という．

参考文献

Hal R. Varian, Microeconomic Analysis, W W Norton & Co Inc, 1992, 45-46 & 491-492

P.R. Krugman and M. Obstfeld, International Economics: Theory and Policy, Scott, Foresman and Company, 1988

Paul Samuelson, "Ohlin Was Right." *Swedish Journal of Economics* 73 (1971), 365-384

Ronald W Jones, "A Three-Factor Model in Theory, Trade, and History," in Jagdish Bhagwati et al., eds., *Trade, balance of Payments and Growth* (Amsterdam: North-Holland, 1971), pp.3-21.

Charles W. Cobb, Paul H. Douglas (1928) "A Theory of Production", *The American Economic Review*, Vol. 18, No. 1, Supplement, Papers and Proceedings of the Fortieth Annual Meeting of the American Economic Association, pp. 139-165

島田　章. (2005).「合法および非合法不熟練外国人労働者の小国開放経済への流入と労働市場への流入」.『経営と経済』（長崎大学）84(4): 53-67

Kemnitz, A. (2003)."Immigration, Unemployment and Pensions." *Scandinavian Journal of Economics* 105(1):31-47

McDonald, I. M. and R. M. Solow. (1985). "Wages and Employment in a Segmented Labor Market." *Quarterly Journal of Economics* 87: 1115-1141

Agiomirgianakis and Zervoyianni(2001). "Macroeconomics equilibrium with illegal immigration." *Economic Modelling* 18(2001): 181-202